



A Incompletude de Gödel e o Axioma da Escritura

Filosofia · Epistemologia · 16 de agosto de 2026

O teorema

Dois resultados publicados por Kurt Gödel em 1931 tornaram-se, na boca do incrédulo contemporâneo, o argumento recorrente contra qualquer sistema que confesse um ponto de partida indemonstrável. O primeiro teorema estabelece que todo sistema formal consistente, cujos axiomas sejam enumeráveis por um procedimento efetivo e que seja suficientemente forte para representar a aritmética elementar dos números naturais, contém pelo menos uma sentença que o próprio sistema não demonstra nem refuta. O segundo teorema estabelece que um sistema dessa classe não demonstra a própria consistência, salvo se for inconsistente, hipótese em que demonstra qualquer proposição, verdadeira ou falsa, indistintamente.

A generalidade do resultado é comprada a um preço que a polêmica popular raramente menciona. O teorema exige três condições reunidas: axiomatização efetiva, isto é, um procedimento mecânico capaz de listar os axiomas; capacidade expressiva suficiente para codificar a aritmética e produzir, por numeração, uma sentença que fala de si mesma; e consistência, sem a qual o sistema já prova tudo e a pergunta perde sentido. Faltando qualquer uma dessas três condições, o teorema não se aplica. A aritmética de Presburger, que possui adição mas não multiplicação, é completa e decidível; a teoria dos corpos reais fechados, segundo a prova de Tarski, também é completa; a totalidade das sentenças verdadeiras sobre os números naturais é completa, mas não é axiomatizável por procedimento efetivo. O resultado de Gödel descreve uma propriedade restrita a uma classe delimitada de sistemas formais mecânicos, propriedade cujo alcance a polêmica popular costuma ampliar para o pensamento em geral sem qualquer justificativa técnica para tanto. A generalização é gratuita.

O erro de categoria

A Escritura não pertence a essa classe. Ela não é um conjunto de fórmulas de uma linguagem formalizada gerado por procedimento mecânico; não contém um fragmento aritmético destinado a representar todas as funções recursivas; não opera por regras de derivação sintática sobre símbolos desprovidos de significado até que uma interpretação lhes seja imposta de fora. O axioma escriturístico é revelação proposicional com significado intrínseco, comunicada por um sujeito pessoal que fala, e uma lista de fórmulas geradas pelo algoritmo é uma coisa distinta. Aplicar-lhe o teorema de Gödel repete o equívoco categorial de quem

aplicasse a um argumento silogístico uma lei da termodinâmica, sob a justificativa frouxa de que ambos, silogismo e lei física, envolvem alguma noção de quantidade. A categoria não muda por vontade retórica.

Essa resposta é correta e, isolada, insuficiente, porque os meus adversários raramente pretende fazer metamatemática. Eles estão fazendo filosofia por analogia, e a analogia exige resposta na sua intenção. Nenhum sistema se demonstra a si mesmo, logo nenhum sistema tem direito de fundar coisa alguma sobre um axioma não demonstrado; é essa intenção que precisa ser respondida, e a resposta exige entrar no próprio terreno escriturístico, não apenas apontar a diferença de domínio.

A distinção entre conhecimento e opinião

O escrituralismo jamais afirmou completude. A tese sustentada aqui, e antes disso por Clark, nunca foi que da Escritura se deduz toda proposição verdadeira sobre qualquer assunto; foi sempre que da Escritura, e somente dela, se deduz aquilo que tem direito ao nome de conhecimento, permanecendo todo o restante no território da opinião, da probabilidade ou da simples ignorância confessada. Essa distinção precede Gödel em quase dois mil anos e absorve o seu resultado sem esforço. Lembrando, conhecimento em sentido público.

Traduzido para o vocabulário do sistema, o teorema afirma que existem verdades que a mente humana não deriva do seu próprio ponto de partida. Deuteronômio 29.29 já havia dito isso: as coisas encobertas pertencem ao Senhor nosso Deus, e as reveladas a nós e a nossos filhos, para que cumpramos as palavras desta lei. Gödel forneceu, com rigor matemático, uma demonstração de que existe uma região de coisas encobertas mesmo dentro de sistemas formais finitos e mecânicos; nenhuma proposição pertencente à região revelada perde certeza por isso, porque a incompletude limita a extensão do que se deduz e não a verdade daquilo que já foi deduzido. Confundir extensão com valor de verdade é erro lógico elementar, e é o erro que sustenta praticamente toda versão popular do argumento gödeliano contra a fé.

Há ainda um ponto que a polêmica popular costuma ignorar. A sentença indecidível de Gödel é verdadeira dentro do modelo pretendido, embora indemonstrável dentro do sistema. O próprio teorema pressupõe, portanto, uma noção de verdade que excede a demonstrabilidade formal, razão pela qual Gödel manteve convicções platonistas sobre a existência objetiva de entidades matemáticas, e razão pela qual o formalismo de Hilbert e o convencionalismo lógico não sobreviveram ao resultado em sua forma original. Para o cristão, a verdade é aquilo que Deus pensa, e a mente divina não opera por sistema de provas sucessivas; a distância entre a verdade e a capacidade humana de derivá-la é precisamente o conteúdo da doutrina da incompreensibilidade divina, sustentada pela ortodoxia reformada muito antes de qualquer teorema de incompletude. Deus conhece exhaustivamente cada proposição; a criatura conhece o mesmo conteúdo em parte, porque o Logos que estrutura a mente divina é o mesmo que estrutura, por criação, a mente humana, e a diferença entre os dois conhecimentos é de extensão, jamais de conteúdo.

O segundo teorema e a consistência do axioma

A objeção mais precisa: se nenhum sistema demonstra a própria consistência a partir de seus próprios recursos, segue-se que ninguém pode afirmar que a Escritura é consistente. A objeção terá três respostas, nenhuma das quais depende de conceder ao objeitor o terreno que ele presume já ter conquistado.

A primeira resposta é técnica. O segundo teorema proíbe a demonstração de consistência realizada com os recursos internos do próprio sistema; nada diz sobre demonstrações relativas, obtidas a partir de um sistema com recursos distintos e mais fortes. Gentzen demonstrou a consistência da aritmética de Peano recorrendo à indução transfinita até o ordinal épsilon zero, procedimento externo ao sistema original, e

esse resultado mostra que a autofundação por autarquia absoluta é o único alvo atingido pelo teorema, permanecendo plenamente acessível, por outras vias, a certeza racional sobre a consistência de sistemas formais.

A segunda resposta é estrutural. Exigir que um axioma demonstre a si mesmo equivale a exigir que ele deixe de ser axioma, porque demonstrar significa deduzir de uma premissa anterior, e o primeiro princípio, sendo primeiro, não possui premissa anterior por definição. A exigência não constitui objeção contra o escrituralismo; constitui incoerência lógica que recai igualmente sobre qualquer sistema que o próprio objetor venha a construir, incluindo o empirismo que professa e a razão autônoma da qual se serve para formular a objeção.

A terceira resposta é teológica. A consistência da Escritura não se estabelece por derivação interna a partir de premissas mais elementares, mas pela veracidade daquele que fala. Deus não pode mentir, segundo Tito 1.2. Toda proposição contida na Escritura é verdadeira porque Deus a afirmou; proposições verdadeiras não se contradizem entre si, porque a contradição exige que ao menos uma das partes seja falsa; segue-se que o conjunto das proposições escriturísticas é consistente. Essa demonstração não segue o padrão hilbertiano de prova formal interna, e não pretende segui-lo; deriva da doutrina de Deus, conteúdo mesmo do axioma que fundamenta todo o sistema. Exigir uma prova formal de consistência anterior à aceitação do axioma equivale a exigir um tribunal situado acima da revelação, e um tribunal com autoridade para aprovar ou reprovar a revelação produziria, por definição, um deus menor do que aquele tribunal, o que contradiz a própria noção que a palavra Deus pretende designar.

Deus não está sujeito ao teorema

Convém corrigir, com igual disciplina, um exagero que circula do lado cristão, tão impreciso quanto o exagero que circula do lado cético: a afirmação de que nem mesmo Deus escaparia da incompletude de Gödel. Deus não é um sistema formal, não possui axiomas listados por procedimento mecânico, não deriva conclusões por passos sucessivos a partir de premissas anteriores, e não descobre verdade alguma, porque o conhecimento divino é intuitivo, simultâneo e exaustivo, ao passo que a dedução é procedimento próprio de mente finita que ainda não possui aquilo que busca. Afirmar que Deus não demonstra a própria consistência formal enuncia proposição vazia de conteúdo, porque nenhuma das operações que o teorema pressupõe, axiomatização, dedução sucessiva, procedimento mecânico, aplica-se ao sujeito em questão.

A lógica, por sua vez, não paira sobre Deus como legislação externa. Ela é a estrutura do próprio pensamento divino, refletida na criatura feita à imagem de Deus. Não existe legalidade autônoma, descoberta por um matemático em Viena em 1931, que se imponha ao Criador como restrição descoberta por fora dele; existe apenas o fato, decretado por Deus como todo fato, de que os sistemas formais construídos por mentes derivadas apresentam a estrutura que Gödel descreveu com rigor.

Contra quem o teorema realmente se volta

O programa de Hilbert pretendia fundar toda a matemática sobre uma base finitária, autoevidente, demonstrando de dentro do próprio sistema que jamais produziria contradição; esse programa era a expressão matemática mais pura da ambição racionalista, fundação autônoma sem apelo a nada externo ao próprio edifício da razão. O resultado de Gödel encerrou esse programa de modo definitivo. Quem perdeu, naquele momento, foi a razão autônoma que pretendia bastar-se a si mesma, porque a revelação jamais disputou aquele território; ela sempre confessou, desde muito antes de qualquer formalização matemática, que começa onde não pode provar, e por essa confissão foi tratada como inferior durante séculos por filósofos que pretendiam ter alcançado exatamente aquilo que Gödel demonstrou, em 1931,

ser inalcançável por aquela via.

A objeção, examinada até o fim, volta-se contra quem a formulou. Aquele que invoca Gödel contra o cristão enuncia tese universal sobre todos os sistemas de pensamento, com pretensão de verdade objetiva, a partir de um sistema, empirismo ou racionalista secular, que a sua própria filosofia declara incapaz de fundar-se a si mesmo. Se o teorema derruba toda pretensão de fundação totalizante, derruba primeiro a pretensão do próprio objetor de formular, sem fundamento último, uma tese universal sobre fundamentos. Se não a derruba, a objeção nunca existiu como objeção. O empirista precisa ainda explicar como a sensação lhe entregou conhecimento de um metateorema sobre a aritmética, objeto que sensação alguma jamais tocou, e por que confia numa demonstração puramente formal depois de ensinar, como princípio, que toda verdade se colhe pela experiência sensível.

O que este texto recusa afirmar

Três usos do teorema devem ser recusados por quem preza a honestidade acima do efeito retórico. Recusa-se, primeiro, dizer que Gödel prova a existência de Deus, porque ele não demonstra isso, e o argumento ontológico modal que Gödel de fato formulou pertence a outro domínio de discussão, com premissas modais próprias que não derivam da Escritura. Recusa-se, segundo, apoiar a apologética no argumento de Lucas e Penrose, segundo o qual a mente humana superaria qualquer máquina por enxergar a verdade da sentença indecidível a partir de fora do sistema, porque esse argumento depende de sabermos, com certeza prévia, que somos consistentes, e essa certeza não está disponível por essa via, nem para o cristão nem para ninguém. Recusa-se, terceiro, transformar a incompletude em slogan genérico sobre os limites da razão humana, porque esse uso serve ao irracionalismo, adversário do escrituralismo tanto quanto o racionalismo autônomo; a incompletude é resultado obtido por lógica rigorosa, e usá-la para desacreditar a lógica enquanto tal contradiz o próprio instrumento que produziu a descoberta.

Afirmamos e negamos

Afirmamos que os teoremas de Gödel são verdadeiros, demonstrados por procedimento válido, e irrelevantes contra o axioma da Escritura, porque a Escritura não constitui sistema formal recursivamente axiomatizado contendo aritmética suficiente para gerar a sentença diagonal do teorema.

Afirmamos que, mesmo concedida por hipótese a aplicabilidade do teorema, o resultado apenas confirmaria o que o escrituralismo já ensinava antes de 1931: existem verdades que a mente humana não deriva por conta própria, e essas verdades pertencem ao Senhor, segundo Deuteronômio 29.29.

Afirmamos que a consistência da revelação repousa sobre a veracidade de Deus, não sobre demonstração interna produzida pelos recursos do próprio sistema, e que exigir tal demonstração equivale a exigir a abolição lógica do conceito de primeiro princípio.

Negamos que a incompletude estabeleça ceticismo, mistério inefável, paradoxo genuíno ou qualquer forma de irracionalismo disfarçado de piedade.

Negamos que o resultado alcance a mente divina, porque Deus não demonstra o que já conhece exaustiva e intuitivamente.

Negamos, por fim, que o adversário utilize o teorema sem que este primeiro o alcance, porque nenhuma tese universal sobre a impossibilidade de sistemas autofundados pode ser formulada, com pretensão de verdade objetiva, a partir de um fundamento que a própria filosofia do formulador já declarou incapaz de

sustentar-se